

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

7-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

7.1. Жители города Ча-ча-ча очень любят танцевать. Известно, что $\frac{2}{3}$ мужчин и $\frac{3}{5}$ женщин каждое воскресенье участвуют в турнире по спортивным бальным танцам. Сколько жителей города участвуют в турнире, если всего в городе проживает 1900 человек?

Примечание: спортивные бальные танцы парные, т.е. исполняются двумя партнёрами (мужчина – женщина).

7.2. Можно ли разрезать квадрат со стороной 1 на пять прямоугольников (не обязательно одинаковых) с периметром 2?

7.3. Володя, Дима и Коля ходили на рыбалку. На обратном пути они встретили друзей, которые спросили их про улов. Каждый из ребят произнёс по два предложения.

Володя сказал: «Я поймал больше всех», «Дима и Коля вместе поймали 7 рыб».

Дима: «Нет, я поймал больше всех», «Все вместе мы поймали 10 рыб».

Коля: «Мы с Димой выловили поровну», «Володя поймал меньше 4 рыб».

Известно, что тот, чей улов больше, чем у остальных, говорил правду, а остальные двое по разу солгали и по разу сказали правду. Кто из ребят выловил больше всех рыб?

7.4. В теремке лежали 100 конфет. Пришла мышка и съела некоторое количество конфет. Но тут пришла лягушка, и мышка съела ещё одну конфету, чтобы количество оставшихся делилось поровну на двоих. Потом пришли по очереди зайчик, лисичка, волк и медведь, и каждый раз мышка съедала по одной конфете, чтобы то, что осталось, делилось поровну на всех собравшихся. Наконец пришел слон. Какое наименьшее количество конфет придётся съесть мышке на этот раз, чтобы количество оставшихся делилось поровну на семерых?

7.5. Поверхность кубика Рубика состоит из 54 квадратиков. Какое наибольшее число из них можно закрасить так, чтобы любые два закрасенных квадрата не имели ни одной общей вершины? Обоснуйте свой ответ.