ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Решения задач.

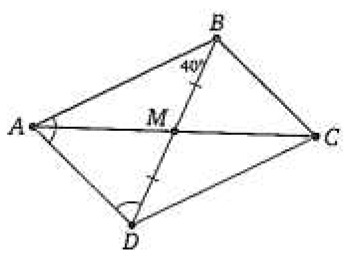
8.1. Пусть «Х» - цифра, которая в номере билета встречается пять раз. «У», цифра, отличная от остальных пяти. Возможные форматы представления номера счастливого билета: УХХХХХ, ХУХХХХ, ХХУХХХ, ХХХУХХ, ХХХХУХ, ХХХХХУ. Т.е. возможных вариантов шесть. В каждом из этих вариантов, отличную от пять остальных цифру, можно выбрать 10 различными вариантами, после чего, остается 9 вариантов выбора пять одинаковых цифр. Тогда всего, комбинаций 10*9=90. С учетом шести возможных форматов представления номера счастливого билета, вариантов 90*6=540.

Ответ: 540.

8.2. К моменту третьей встречи велосипедисты в сумме проехали 3 круга, причём каждый проехал целое число кругов. Значит, первый проехал два круга, а второй – один. Следовательно, второй тратил на круг вдвое больше времени, чем первый. Разность равна времени первого, т.е. он проезжает круг за 45 секунд. К моменту первой встречи он проехал $\frac{2}{3}$ круга и потратил на это 30 секунд.

Ответ: 30 секунд.

8.3. Продлим медиану BM за точку M на её длину и получим точку D. Так как AB=2BM, т.е. треугольник ABD равнобедренный. Следовательно, $\angle BAD = \angle BDA = (180^0-40^0):2=70^0$.



Четырёхугольник ABCD является параллелограммом, так как его диагонали точкой пересечения делятся пополам. Значит, $\angle CBD=\angle ADB=70^0$. Тогда $\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=110^0$.

Ответ: 110^0.

8.4. Занумеруем по порядку спортсменов в шеренге и рассмотрим первых 20 спортсменов. Разобьём их на пары с номерами, различающимися на 10: $(a, 10 + a)$, $1 \leq a \leq 10$. По условию в каждой такой паре не более одного спортсмена в красном костюме. Поэтому среди первых 20 спортсменов не более 10 одеты в красные костюмы. Рассуждая аналогично, получаем такое же утверждение и для остальных групп по 20 спортсменов: 21 – 40, 41 – 60, 61 – 80, 81 – 100. Следовательно, в красные костюмы одеты не более 50 спортсменов.

8.5. Числа $m^2 + m + 1 = m(m + 1) + 1$ и $n^2 - n + 1 = n(n - 1) + 1$ нечетны, следовательно, разность их квадратов всегда четное число, а число 2023 – нечетное. Следовательно, целых m и n, удовлетворяющих условию, не существует.

Ответ: нет.